

# Примеры применения информационных технологий при изучении физики

Булякова Ирина  
Александровна

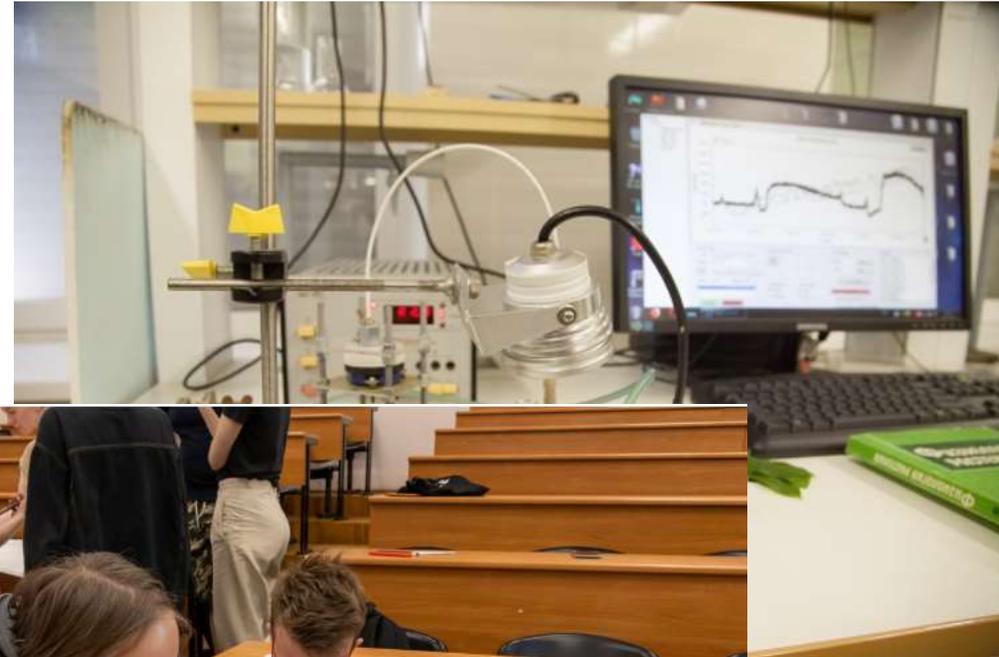
Школа для учителей физики

ОИЯИ Дубна, 2024

# Междисциплинарная деятельность

**Междисциплинарный подход** направлен на связь дисциплин, комплексное применение в профессиональной деятельности теории и практики, полученных на основе изучения дисциплин.

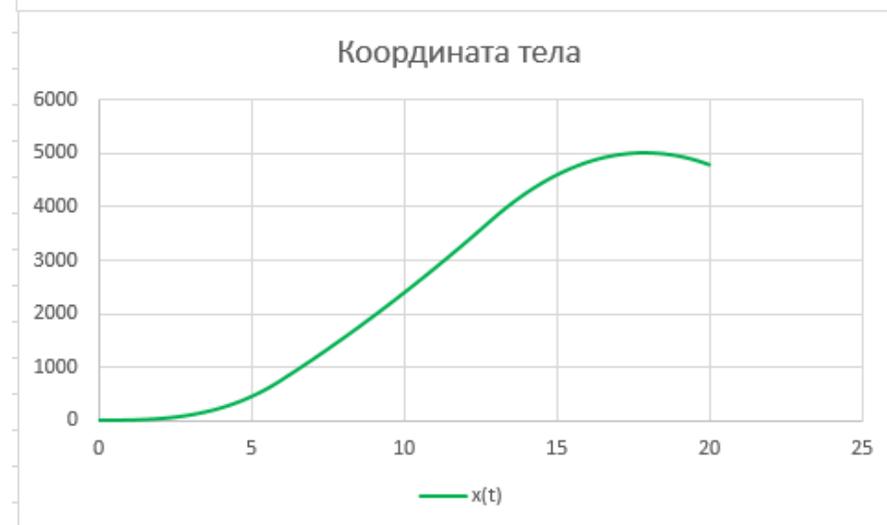
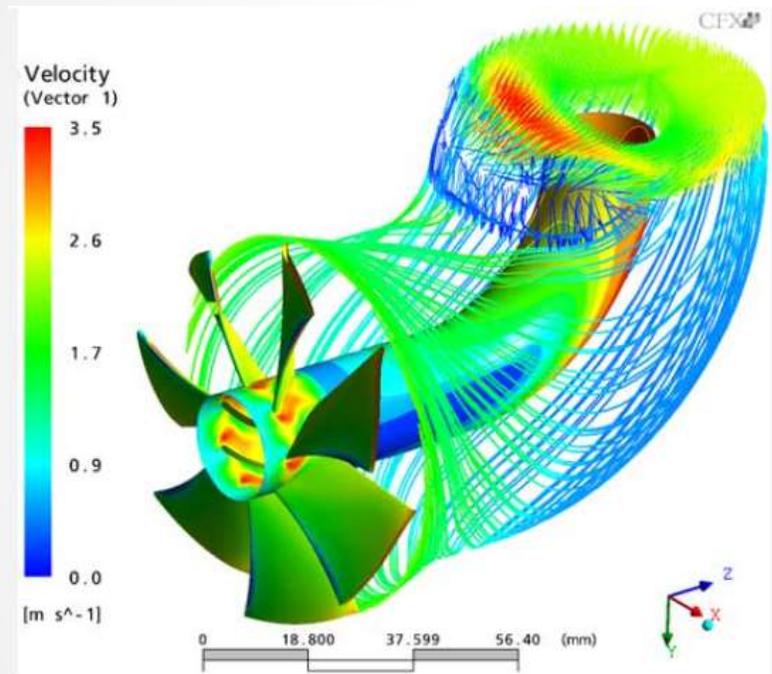
**Цель междисциплинарного подхода к обучению** – поощрение любознательности ребенка и развитие его исследовательской активности.



# Применения информационных технологий при изучении физики в школе

- Изучения физики в школе средствами информатики
- Изучение информатики на примере физических задач

# Компьютерное моделирование в школе



$\rho$	$v_0$	$h_v$	$h_{Дни}$
1,225	0	0,5	2
$N$	$v$	$Дни$	$\rho_0/S$
1	0,5	14	1,071875
2	1	14	8,575
3	1,5	14	28,94063
4	2	14	68,6
5	2,5	14	133,9844
6	3	14	231,525
7	3,5	14	367,6531
8	4	14	548,8
9	4,5	14	781,3969
10	5	14	1071,875
11	5,5	14	1426,666
12	6	14	1852,2
13	6,5	14	2354,909
14	7	14	2941,225
15	7,5	14	3617,578
16	8	14	4390,4
17	8,5	14	5266,122
18	9	14	6251,175
19	9,5	14	7351,991
20	10	14	8575
21	10,5	14	9926,634
22	11	14	11413,33
23	11,5	14	13041,5
24	12	14	14817,6
25	12,5	14	16748,05
26	13	14	18839,28
	6,75	364	362,7914

# Решение физических задач с помощью электронной таблицы *Excel*

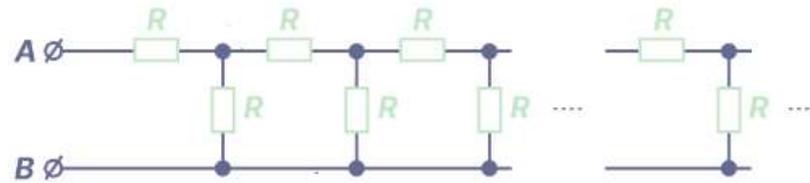
# Содержание

- [Модель 1. «Бесконечные» электрические цепи](#)
- [Модель 2. Решение задачи аппроксимации](#)
- [Модель 3. Моделирование броуновского движения частицы](#)
- [Модель 4. Движение точки под действием переменной силы](#)
- [Модель 5. Относительное движение волка в погоне за зайцем](#)
- [Модель 6. Траектория движения конца минутной стрелки](#)
- [Модель 7. Движение человека по периметру плота](#)
- [Модель 8. Оценки мощности ветроэлектростанции](#)
- [Модель 9. Сколько энергии можно отнять у ветра?](#)
- [Модель 10. Траектория движения точки пересечения стержней](#)
- [Справочная информация по Excel](#)

# Модель 1. «Бесконечные» электрические цепи

## Задача

Рассчитайте эквивалентное сопротивление схемы, состоящей из бесконечного числа звеньев с одинаковым сопротивлением  $R$ .

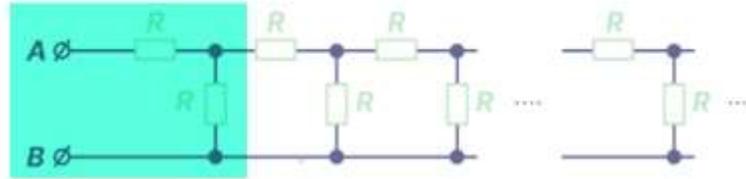


Проверьте, с какого количества звеньев  $N$  общее сопротивление цепи приближается к эквивалентному с определённой точностью.

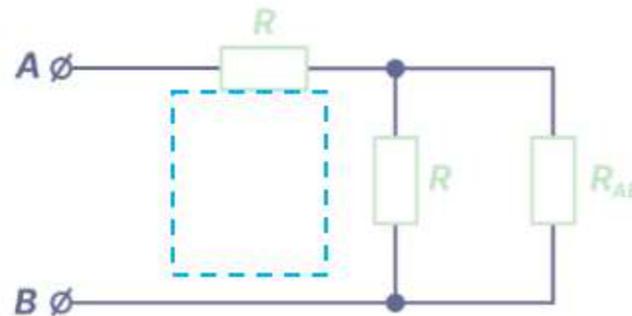
# Модель 1. «Бесконечные» электрические цепи

## Аналитическое решение задачи

Если мы мысленно «отсечём» первое звено цепи, то получим ту же самую цепь, сопротивление  $R_{AB}$  которой предстоит вычислить.



Если мы возвратим на прежнее место первое звено, то получим эквивалентную цепь. В этой цепи искомое сопротивление окажется выраженным само через себя.



# Модель 1. «Бесконечные» электрические цепи

Выпишем формулу для расчёта эквивалентного сопротивления бесконечной цепи.

Проверьте, с какого количества звеньев  $N$  общее сопротивление цепи приближается к эквивалентному с определённой точностью.

$$R_{AB} = R + \frac{R \cdot R_{AB}}{R + R_{AB}},$$
$$R_{AB}^2 - R \cdot R_{AB} - R^2 = 0,$$
$$R_{AB} = \frac{R(\sqrt{5} + 1)}{2}.$$

Пусть сопротивление  $R = 100$  Ом. Тогда эквивалентное сопротивление бесконечной цепи

$$R_{\text{эКВ}} = R_{AB} = 161,803$$

Общее сопротивление цепи с количеством звеньев  $k + 1$  можно выразить через сопротивление цепи с количеством звеньев  $k$  следующим образом:

$$R_{AB}^{k+1} = R + \frac{R \cdot R_{AB}^k}{R + R_{AB}^k}.$$

# Модель 1. «Бесконечные» электрические цепи

## Решение задачи с помощью электронной таблицы EXCEL

Построим вспомогательную таблицу с исходными данными нашей модели.

$R$	$R_{эқв}$
100	161,803

Построим итерационную таблицу расчёта общего сопротивления цепи с количеством звеньев  $N$  от 1 до 10.

Для каждого варианта рассчитаем отклонение вычисленного значения от эквивалентного сопротивления бесконечной цепи  $R_{эқв}$  (абсолютное и относительное).

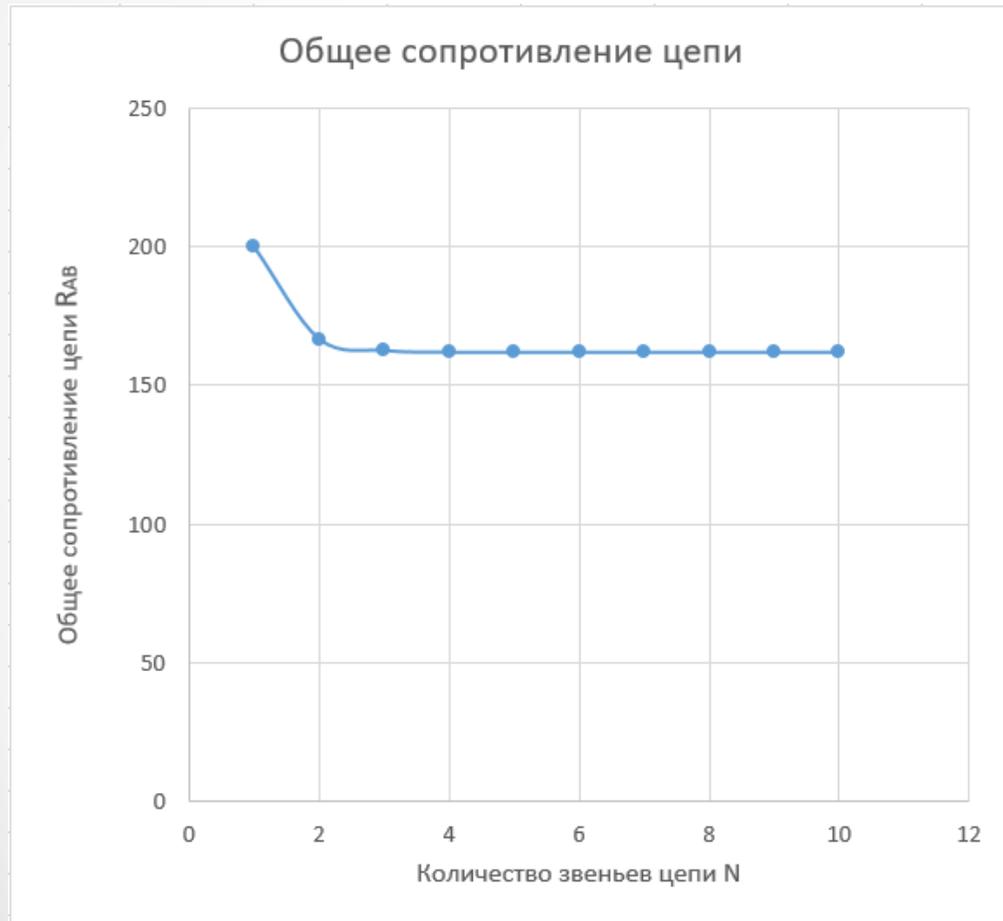
$N$	$R_{AB}$	$ \Delta R $	$\Delta R/R_{эқв} (\%)$
1	200	38,1966	23,61
2	166,667	4,86327	3,01
3	162,5	0,6966	0,43
4	161,905	0,10136	0,06
5	161,818	0,01478	0,01
6	161,806	0,00216	0
7	161,804	0,00031	0
8	161,803	4,6E-05	0
9	161,803	6,7E-06	0
10	161,803	9,8E-07	0

## Результаты

- при  $N = 2$ :  $\text{eps} \approx 3 \%$ ,
- при  $N = 3$ :  $\text{eps} \approx 0,43 \%$ ,
- при  $N = 5$ :  $\text{eps} \approx 0,01 \%$ .
- при  $N \geq 6$ :  $\text{eps} \approx < 0,01 \%$ .

# Модель 1. «Бесконечные» электрические цепи

## Построение графика



$R$	$R_{э\text{кв}}$
100	161,803

$N$	$R_{AB}$	$ \Delta R $	$\Delta R/R_{э\text{кв}} (\%)$
1	200	38,1966	23,61
2	166,667	4,86327	3,01
3	162,5	0,6966	0,43
4	161,905	0,10136	0,06
5	161,818	0,01478	0,01
6	161,806	0,00216	0
7	161,804	0,00031	0
8	161,803	4,6E-05	0
9	161,803	6,7E-06	0
10	161,803	9,8E-07	0

## Модель 2. Решение задачи аппроксимации

**Аппроксимацией** (или приближением) функции  $f(x)$  называется нахождение такой функции  $g(x)$ , которая была бы близка заданной. Критерии близости функций  $f(x)$  и  $g(x)$  могут быть различные

### Задача

Дана таблица значений теплоёмкости вещества (в данном случае этана) в зависимости от температуры  $C(T)$ .

T	298	300	400	500	600	700	800	900	1000
C(T)	12,58	12,64	15,68	18,66	21,35	23,72	25,83	27,69	29,33

Необходимо аппроксимировать экспериментальные данные линейной функцией и вычислить значения теплоёмкости в точке  $T = 450$  К.

Рассмотрим последовательность выполнения операций при решении данной задачи в Excel.

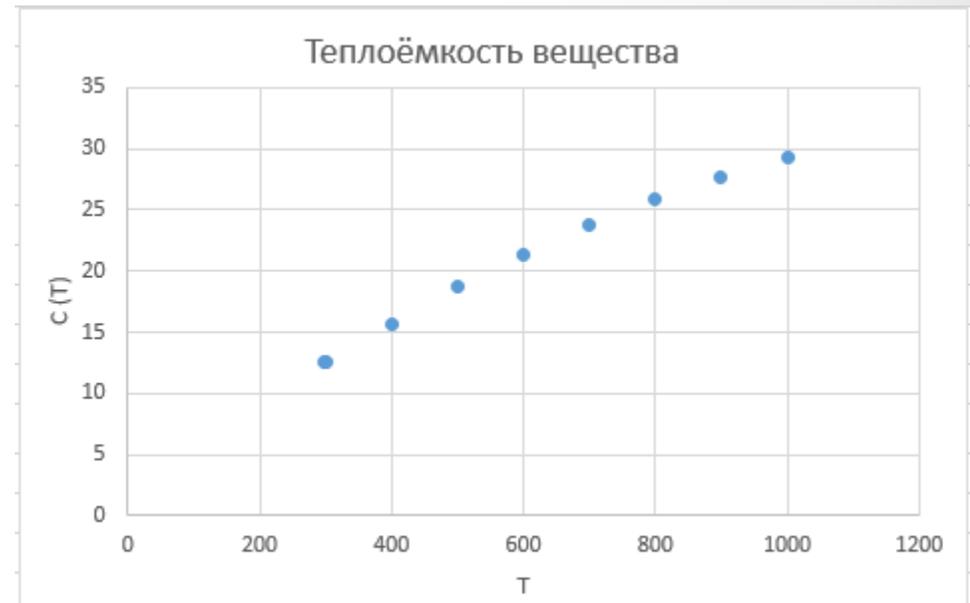
# Модель 2. Решение задачи аппроксимации

## Схема реализации алгоритма

1. Создаём таблицу исходных данных в Excel, заносим в неё значения параметров  $T$  и  $C(T)$ .

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2											
3		$T$	298	300	400	500	600	700	800	900	1000
4		$C(T)$	12,58	12,64	15,68	18,66	21,35	23,72	25,83	27,69	29,33
5											

2. Строим графическую зависимость теплоёмкости этана от температуры с помощью «Мастера диаграмм», вид диаграммы точечный.



## Модель 2. Решение задачи аппроксимации

3. Для получения уравнения аппроксимации подведём мышку к графику и по нажатию правой кнопки мыши выберем «Добавить линию тренда».

*В открывшемся окне выбираем параметры линии тренда:*

- *тип – линейная;*
- *«показывать уравнение на диаграмме»;*
- *«поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации».*

*Величина достоверности показывает, на сколько точно аппроксимирующее уравнение описывает исходные экспериментальные данные.*

### ПАРАМЕТРЫ ЛИНИИ ТРЕНДА

  Экспоненциальная

  Линейная

  Логарифмическая

  Полиномиальная Степень

  Степенная

  Линейная фильтрация Точки

Название аппроксимирующей (сглаженной) кривой

Автоматическое Линейная (С (

Другое

Прогноз

Вперед на  период

Назад на  период

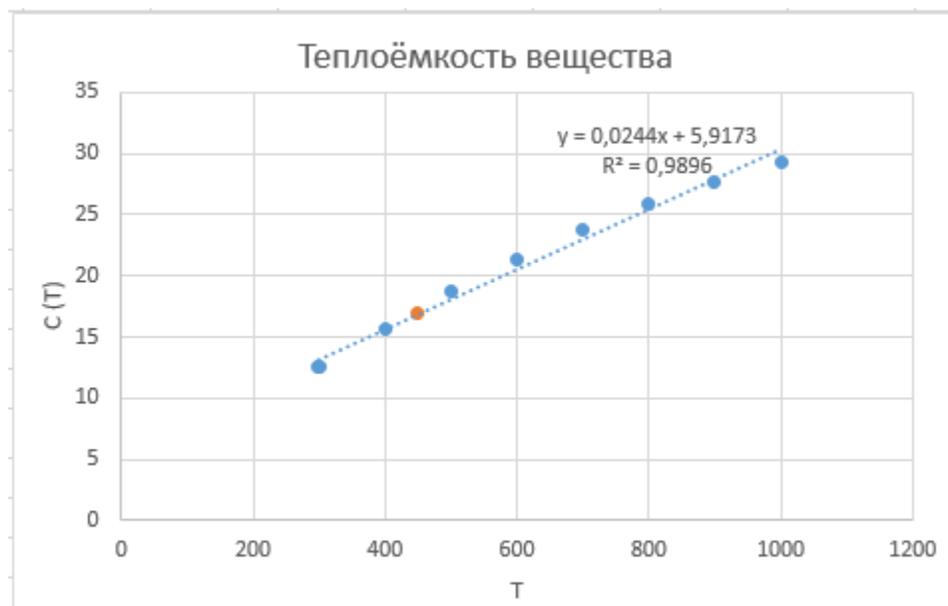
Пересечение кривой с осью Y в точке

показывать уравнение на диаграмме

поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации ( $R^2$ )

## Модель 2. Решение задачи аппроксимации

4. С достоверностью  $R^2 = 0,9896$  получаем аппроксимирующее уравнение  
 $y = 0,0244x + 5,9173$ .



5. Вычисляем значение теплоемкости в точке  $T = 450$  К:

$T$	450
$C(T)$	16,8973

## Модель 2. Решение задачи аппроксимации

6. По выбранному уравнению произведём расчёт теплоёмкости для каждой экспериментальной точки:

<i>T</i>	298	300	400	500	600	700	800	900	1000
<i>C (T) эксперимент</i>	12,58	12,64	15,68	18,66	21,35	23,72	25,83	27,69	29,33
<i>C (T) расчётное</i>	13,1885	13,2373	15,6773	18,1173	20,5573	22,9973	25,4373	27,8773	30,3173

7. В конечном итоге рассчитываем абсолютную погрешность (разница между экспериментальными значениями и расчётными) и относительную погрешность (абсолютная погрешность, делёная на исходное экспериментальное значение):

<i>T</i>	298	300	400	500	600	700	800	900	1000
<i>C (T) эксперимент</i>	12,58	12,64	15,68	18,66	21,35	23,72	25,83	27,69	29,33
<i>C (T) расчётное</i>	13,1885	13,2373	15,6773	18,1173	20,5573	22,9973	25,4373	27,8773	30,3173
<i>Абс. погрешность</i>	0,6085	0,5973	0,0027	0,5427	0,7927	0,7227	0,3927	0,1873	0,9873
<i>Отн. погрешность</i>	0,04837	0,047255	0,000172	0,029084	0,037129	0,030468	0,015203	0,006764	0,033662

# Модель 2. Решение задачи аппроксимации

## Варианты заданий для школьников

Выполнить аппроксимацию экспериментальных данных.

**Вариант 1**  
Зависимость теплоемкости  $C_8H_{16}$   
от температуры

Температура, К	Теплоемкость, кал/моль·К
298	36,96
300	37,24
400	50,83
500	61,28
600	71,04
700	79,30
800	86,28
900	92,29
1000	97,50

**Вариант 2**  
Зависимость теплоемкости  $CO_2$   
от температуры

Температура, К	Теплоемкость, кал/моль·К
298	8,87
300	8,89
400	9,87
500	10,66
600	11,31
700	11,84
800	12,29
900	12,66
1000	12,97

**Вариант 3**  
Зависимость теплоемкости  $C_5H_{10}$   
от температуры

Температура, К	Теплоемкость, кал/моль·К
298	26,19
300	26,31
400	33,10
500	39,23
600	44,56
700	49,06
800	52,95
900	56,32
1000	59,21

**Вариант 4**  
Зависимость теплоемкости  $C_6H_{12}$   
от температуры

Температура, К	Теплоемкость, кал/моль·К
298	30,08
300	30,26
400	38,64
500	46,17
600	52,84
700	58,66
800	63,63
900	67,74
1000	71,00

# Модель 3. Моделирование броуновского движения частицы

Модель называется *непрерывной*, если состояние ее входов и выходов изменяется или измеряется непрерывно. ОУ в этом случае называется непрерывным.

Модель называется *дискретной*, если состояние ее выходов и входов изменяется или измеряется лишь в дискретные моменты времени.

## Задача

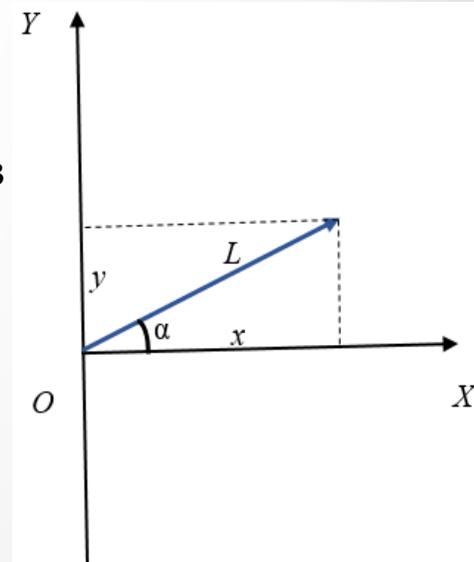
Промоделируйте хаотическое движение броуновской частицы, которая вследствие столкновений с молекулами случайно изменяет направление и скорость движения.

При составлении модели учитывать следующие факторы:

- шаг построения модели  $dt = 0,05$  с;
- за время  $dt$  перемещение частицы  $L$  выбирается случайно в диапазоне  $[0; 1)$ ;
- за время  $dt$  угол  $\alpha$  между вектором перемещения и осью  $Ox$  выбирается случайно в диапазоне  $[0; 2\pi)$ ;
- общее время построения модели 20 с.

Координаты броуновской частицы рассчитываются следующим образом:

- $x = x + L * \cos(\alpha)$ ,  $y = y + L * \sin(\alpha)$ .



# Модель 3. Моделирование броуновского движения частицы

## Решение задачи с помощью электронной таблицы EXCEL

Построим вспомогательную таблицу с исходными данными задачи, начальная точка  $t_0 = 0$ , шаг построения  $dt = 0,05$ :

$t_0$	$dt$	$\alpha(t)$	$L(t)$	$x(t)$	$y(t)$
0	0,05	0	0	0	0

Строим основную итерационную таблицу модели с вычислением координат частицы на интервале времени от 0 до 20 с.

$N$	$t$	$\alpha(t)$	$L(t)$	$x(t)$	$y(t)$
1	0	0	0	0	0
2	0,05	1,206257	0,676013	0,241011	0,631591
3	0,1	6,145887	0,53324	0,769233	0,558608
.....					
394	19,65	6,007738	0,639169	4,89118	9,234131
395	19,7	2,273885	0,998412	4,24563	9,995768
396	19,75	4,485587	0,304417	4,177178	9,699148
397	19,8	3,419965	0,577631	3,621783	9,54042
398	19,85	2,480842	0,233733	3,437244	9,683864
399	19,9	0,629489	0,943323	4,199758	10,23923
400	19,95	1,675196	0,283563	4,170208	10,52125
401	20	3,766156	0,474617	3,78519	10,24372

# Модель 3. Моделирование броуновского движения частицы

## Формулы, по которым выполняются расчёты

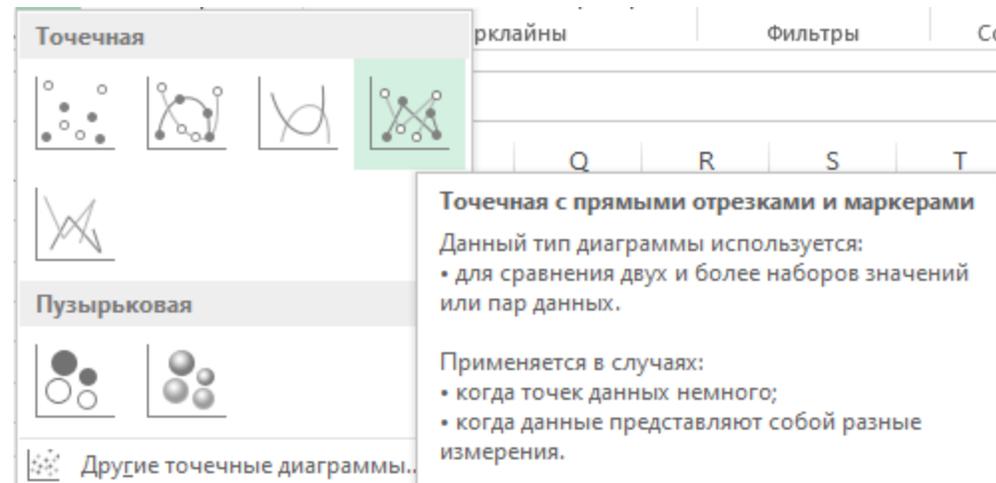
Здесь используется функция генерации случайных чисел СЛЧИС и тригонометрические функции COS и SIN.

$N$	$t$	$\alpha(t)$	$L(t)$	$x(t)$	$y(t)$
1	=B3	=D3	=E3	=F3	=G3
2	=C6+\$C\$3	=2*ПИ()*СЛЧИС()	=СЛЧИС()	=F6+E7*COS(D7)	=G6+E7*SIN(D7)
3	=C7+\$C\$3	=2*ПИ()*СЛЧИС()	=СЛЧИС()	=F7+E8*COS(D8)	=G7+E8*SIN(D8)
4	=C8+\$C\$3	=2*ПИ()*СЛЧИС()	=СЛЧИС()	=F8+E9*COS(D9)	=G8+E9*SIN(D9)
5	=C9+\$C\$3	=2*ПИ()*СЛЧИС()	=СЛЧИС()	=F9+E10*COS(D10)	=G9+E10*SIN(D10)
6	=C10+\$C\$3	=2*ПИ()*СЛЧИС()	=СЛЧИС()	=F10+E11*COS(D11)	=G10+E11*SIN(D11)
7	=C11+\$C\$3	=2*ПИ()*СЛЧИС()	=СЛЧИС()	=F11+E12*COS(D12)	=G11+E12*SIN(D12)
8	=C12+\$C\$3	=2*ПИ()*СЛЧИС()	=СЛЧИС()	=F12+E13*COS(D13)	=G12+E13*SIN(D13)
9	=C13+\$C\$3	=2*ПИ()*СЛЧИС()	=СЛЧИС()	=F13+E14*COS(D14)	=G13+E14*SIN(D14)

# Модель 3. Моделирование броуновского движения частицы

## Выбор типа диаграммы

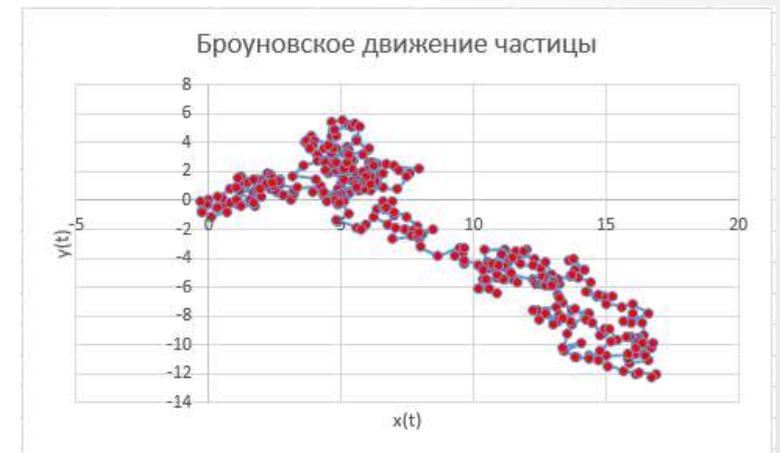
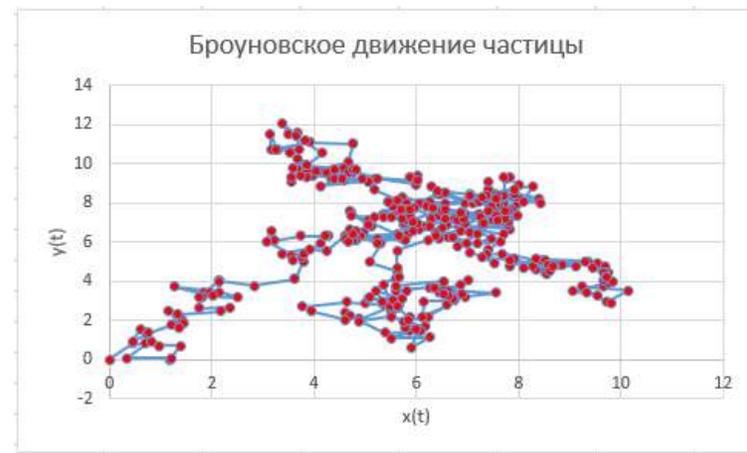
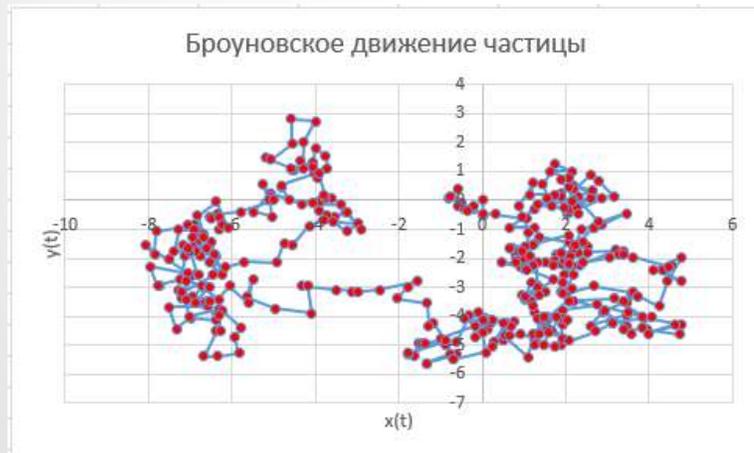
Выбираем тип диаграммы точечная с прямыми отрезками и маркерами.



# Модель 3. Моделирование броуновского движения частицы

## Построение траектории частицы

В результате мы получаем траекторию движения броуновской частицы, которая будет обновляться при каждом обновлении экрана.



# Модель 4. Движение точки под действием переменной силы

## Задача

На точку массы 0,5 кг действует сила (в Н):

$$F_x(t) = \begin{cases} 10t, & \text{если } 0 \leq t < 6, \\ 10, & \text{если } 6 \leq t < 13, \\ -50, & \text{если } 13 \leq t < 20. \end{cases}$$

Исследуйте движение точки вдоль оси ОХ за данный промежуток времени, проанализируйте получившиеся графики зависимостей координаты  $x(t)$ , скорости  $v_x(t)$ , ускорения  $a_x(t)$ .

Для построения модели и вычисления будем применять следующие формулы:

$$a_x^{t+1} = \frac{F^{t+1}}{m}, \quad v^{t+1} = v^t + a^{t+1}\Delta t, \quad x^{t+1} = x^t + v^{t+1}\Delta t.$$

Здесь  $\Delta t$  — шаг по времени при построении модели,  
 $t + 1$  — текущий момент времени,  
 $t$  — предыдущий момент времени.

# Модель 4. Движение точки под действием переменной силы

## Решение задачи с помощью электронной таблицы EXCEL

Построим вспомогательную таблицу с исходными данными задачи, начальная точка  $t_0 = 0$ , шаг построения  $\Delta t = 0,1$ :

$0 \leq t < 6$	$6 \leq t < 13$	$13 \leq t < 20$				
Fx_1	Fx_2	Fx_3	v_0	x_0	t_0	dt
10t	10	-50	0	0	0	0,1

Строим основную итерационную таблицу модели с вычислением  $x(t)$ ,  $v_x(t)$ ,  $a_x(t)$  на интервале времени от 0 до 20 с.

t	Fx	$a_x(t)$	$v_x(t)$	$x(t)$
0	0	0	0	0
0,1	1	2	0,2	0,02
0,2	2	4	0,6	0,08
0,3	3	6	1,2	0,2
0,4	4	8	2	0,4
.....				
19,7	-50	-100	-176	4846
19,8	-50	-100	-186	4827,4
19,9	-50	-100	-196	4807,8
20	-50	-100	-206	4787,2

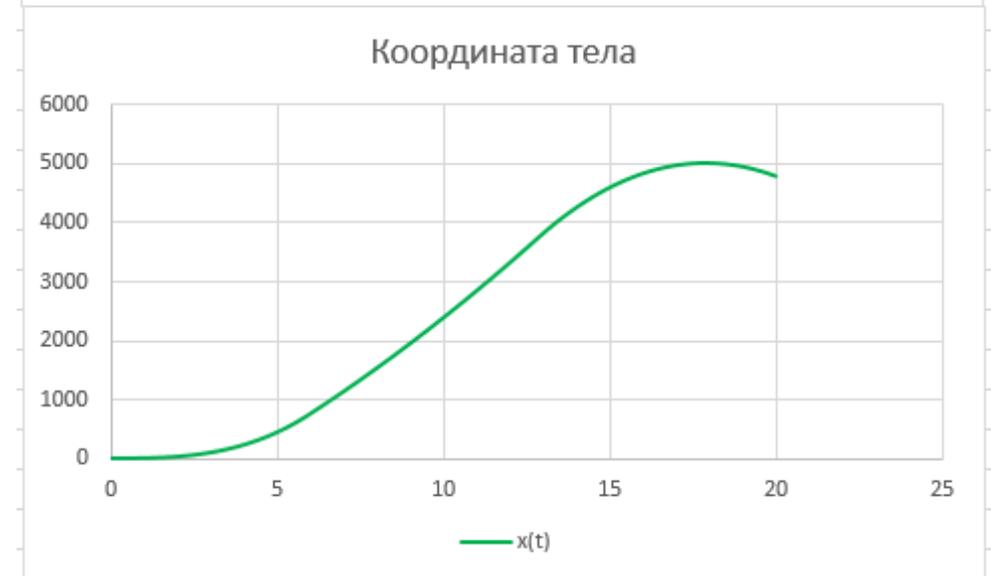
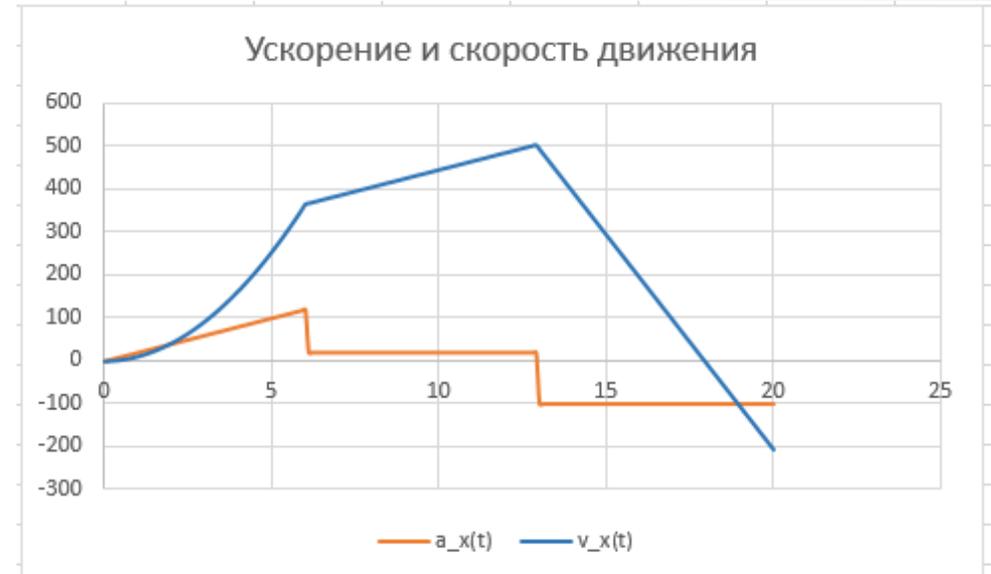
# Модель 4. Движение точки под действием переменной силы

## Расчётные формулы

$t$	$F_x$	$a_x(t)$	$v_x(t)$	$x(t)$
=I4	=ЕСЛИ(D7<6;\$E\$4*D7;ЕСЛИ(D7<13;\$E\$4;\$F\$4))	=E7/\$B\$4	=G4	=H4
=D7+\$J\$4	=ЕСЛИ(D8<6;\$E\$4*D8;ЕСЛИ(D8<13;\$E\$4;\$F\$4))	=E8/\$B\$4	=G7+F8*\$J\$4	=H7+G8*\$J\$4
=D8+\$J\$4	=ЕСЛИ(D9<6;\$E\$4*D9;ЕСЛИ(D9<13;\$E\$4;\$F\$4))	=E9/\$B\$4	=G8+F9*\$J\$4	=H8+G9*\$J\$4
=D9+\$J\$4	=ЕСЛИ(D10<6;\$E\$4*D10;ЕСЛИ(D10<13;\$E\$4;\$F\$4))	=E10/\$B\$4	=G9+F10*\$J\$4	=H9+G10*\$J\$4
=D10+\$J\$4	=ЕСЛИ(D11<6;\$E\$4*D11;ЕСЛИ(D11<13;\$E\$4;\$F\$4))	=E11/\$B\$4	=G10+F11*\$J\$4	=H10+G11*\$J\$4
=D11+\$J\$4	=ЕСЛИ(D12<6;\$E\$4*D12;ЕСЛИ(D12<13;\$E\$4;\$F\$4))	=E12/\$B\$4	=G11+F12*\$J\$4	=H11+G12*\$J\$4
=D12+\$J\$4	=ЕСЛИ(D13<6;\$E\$4*D13;ЕСЛИ(D13<13;\$E\$4;\$F\$4))	=E13/\$B\$4	=G12+F13*\$J\$4	=H12+G13*\$J\$4
=D13+\$J\$4	=ЕСЛИ(D14<6;\$E\$4*D14;ЕСЛИ(D14<13;\$E\$4;\$F\$4))	=E14/\$B\$4	=G13+F14*\$J\$4	=H13+G14*\$J\$4

# Модель 4. Движение точки под действием переменной силы

## Построение графиков



# Модель 4. Движение точки под действием переменной силы

## Варианты заданий для школьников

<p style="text-align: center;"><b>Вариант 1</b></p> $m = 0,8$ $F_x(t) = \begin{cases} 40, & \text{если } 0 \leq t < 5, \\ 8t, & \text{если } 5 \leq t < 10, \\ -70, & \text{если } 10 \leq t < 22. \end{cases}$	<p style="text-align: center;"><b>Вариант 2</b></p> $m = 1,5$ $F_x(t) = \begin{cases} -100, & \text{если } 0 \leq t < 10, \\ -10t, & \text{если } 10 \leq t < 15, \\ 150, & \text{если } 15 \leq t < 24. \end{cases}$
<p style="text-align: center;"><b>Вариант 3</b></p> $m = 0,7$ $F_x(t) = \begin{cases} 50, & \text{если } 0 \leq t < 7, \\ -15t, & \text{если } 7 \leq t < 10, \\ -80, & \text{если } 10 \leq t < 20. \end{cases}$	<p style="text-align: center;"><b>Вариант 4</b></p> $m = 1,2$ $F_x(t) = \begin{cases} -120, & \text{если } 0 \leq t < 10, \\ 12t, & \text{если } 10 \leq t < 15, \\ 150, & \text{если } 15 \leq t < 22. \end{cases}$
<p style="text-align: center;"><b>Вариант 5</b></p> $m = 0,4$ $F_x(t) = \begin{cases} 30, & \text{если } 0 \leq t < 5, \\ 7t, & \text{если } 5 \leq t < 12, \\ -60, & \text{если } 12 \leq t < 22. \end{cases}$	<p style="text-align: center;"><b>Вариант 6</b></p> $m = 1,0$ $F_x(t) = \begin{cases} -80, & \text{если } 0 \leq t < 5, \\ -10t, & \text{если } 5 \leq t < 15, \\ 130, & \text{если } 15 \leq t < 24. \end{cases}$

# Модель 5. Относительное движение волка в погоне за зайцем

## Задача

Заяц бежит по полю вдоль прямой, его координаты изменяются следующим образом:

$$x_z(t) = 0,9 \cdot t \text{ (м)}, \quad y_z(t) = 5 + 0,4 \cdot t \text{ (м)}$$

Из точки  $O(0; 0)$  начинает двигаться волк со скоростью  $v = 1,15$  (м), всё время направленной к зайцу. Определите траектории движения зайца и волка, время и место их встречи.

Угол между направлением движения волка и осью  $Ox$  обозначим через  $\alpha$ . Запишем формулы для вычислений:

$$r = \sqrt{(x_z - x_v)^2 + (y_z - y_v)^2}$$

$$\cos \alpha = (x_z - x_v) / r$$

$$\sin \alpha = (y_z - y_v) / r$$

$$x_v^{t+1} = x_v^t + v_v^{t+1} \cos \alpha \cdot \Delta t$$

$$y_v^{t+1} = y_v^t + v_v^{t+1} \sin \alpha \cdot \Delta t$$

Здесь  $\Delta t$  — шаг по времени при построении модели,  
 $t + 1$  — текущий момент времени,  
 $t$  — предыдущий момент времени.

# Модель 5. Относительное движение волка в погоне за зайцем

## Решение задачи с помощью электронной таблицы EXCEL

Будем считать, что волк догонит зайца, когда расстояние между ними станет меньше определённой величины  $\epsilon_{ps} = 0,01$  м.

Построим вспомогательную таблицу с исходными данными задачи:

$t_0$	$dt$	$x_Z$	$y_Z$	$v_{Zx}$	$v_{Zy}$	$x_V$	$y_V$	$v_V$	$\epsilon_{ps}$
0	0,06	0	5	0,9	0,4	0	0	1,15	0,01

Строим основную итерационную таблицу модели. В каждый момент времени с шагом  $\Delta t$  вычисляем координаты зайца и волка, а также расстояние между ними.

$N$	$t$	$x_Z$	$y_Z$	$r$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$x_V$	$y_V$
1	0	0	5	5	0	1	0	0
2	0,06	0,054	5,024	5,02429	0,010748	0,999942	0,000742	0,068996
3	0,12	0,108	5,048	4,980159	0,021537	0,999768	0,002228	0,13798
4	0,18	0,162	5,072	4,936606	0,032365	0,999476	0,004461	0,206944

.....

369	22,08	19,872	13,832	0,044052	0,913812	0,406138	19,8948	13,84213
370	22,14	19,926	13,856	0,034145	0,913812	0,406138	19,95785	13,87016
371	22,2	19,98	13,88	0,024239	0,913812	0,406138	20,0209	13,89818
372	22,26	20,034	13,904	0,014332	0,913812	0,406138	20,08396	13,9262
373	22,32	20,088	13,928	0,004425	0,913812	0,406138	20,14701	13,95423

# Модель 5. Относительное движение волка в погоне за зайцем

## Расчётные формулы

$N$	$t$	$x_Z$	$y_Z$	$r$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$x_V$	$y_V$
1	=B3	=D\$3+\$F\$3*C6	=E\$3+\$G\$3*C6	=КОРЕНЬ((D6-H3)^2+(E6-I3)^2)	=(D6-H3)/F6	=(E6-I3)/F6	=H3	=I3
2	=C6+\$C\$3	=D\$3+\$F\$3*C7	=E\$3+\$G\$3*C7	=КОРЕНЬ((D7-I6)^2+(E7-J6)^2)	=(D7-I6)/F7	=(E7-J6)/F7	=I6+\$J\$3*G7*\$C\$3	=J6+\$J\$3*H7*\$C\$3
3	=C7+\$C\$3	=D\$3+\$F\$3*C8	=E\$3+\$G\$3*C8	=КОРЕНЬ((D8-I7)^2+(E8-J7)^2)	=(D8-I7)/F8	=(E8-J7)/F8	=I7+\$J\$3*G8*\$C\$3	=J7+\$J\$3*H8*\$C\$3
4	=C8+\$C\$3	=D\$3+\$F\$3*C9	=E\$3+\$G\$3*C9	=КОРЕНЬ((D9-I8)^2+(E9-J8)^2)	=(D9-I8)/F9	=(E9-J8)/F9	=I8+\$J\$3*G9*\$C\$3	=J8+\$J\$3*H9*\$C\$3
5	=C9+\$C\$3	=D\$3+\$F\$3*C10	=E\$3+\$G\$3*C10	=КОРЕНЬ((D10-I9)^2+(E10-J9)^2)	=(D10-I9)/F10	=(E10-J9)/F10	=I9+\$J\$3*G10*\$C\$3	=J9+\$J\$3*H10*\$C\$3
6	=C10+\$C\$3	=D\$3+\$F\$3*C11	=E\$3+\$G\$3*C11	=КОРЕНЬ((D11-I10)^2+(E11-J10)^2)	=(D11-I10)/F11	=(E11-J10)/F11	=I10+\$J\$3*G11*\$C\$3	=J10+\$J\$3*H11*\$C\$3

## Результаты расчётов

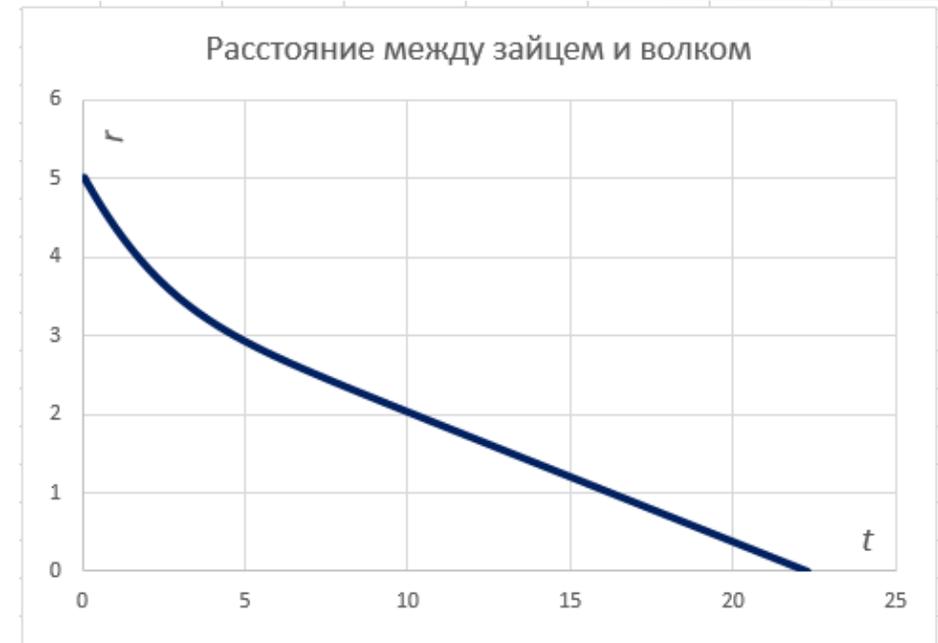
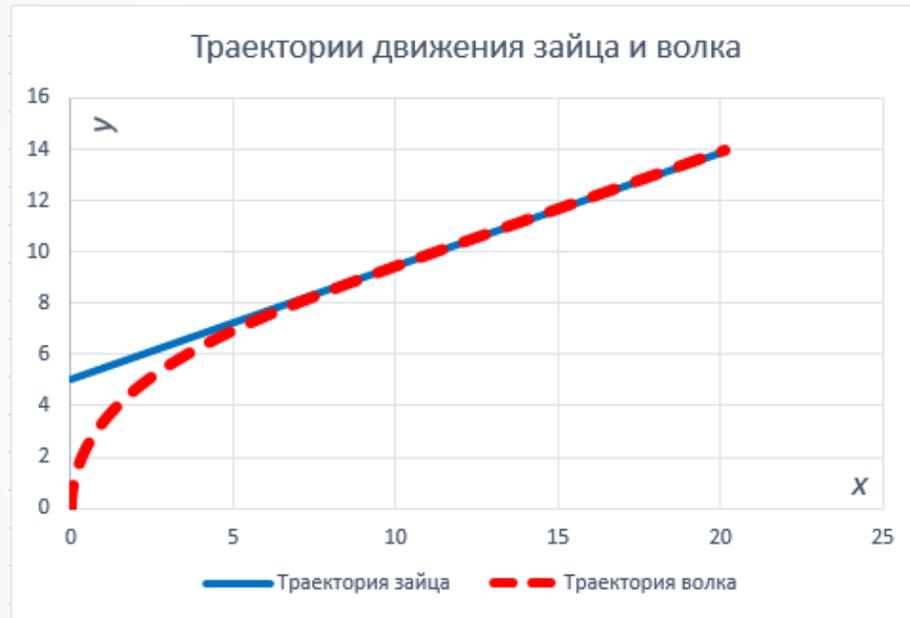
Выписываем время и место встречи зайца и волка.

Как видно, расстояние между объектами получилось меньше заданной точности.

$t$	$x_Z$	$y_Z$	$r$		$eps$
22,32	20,088	13,928	0,004425	<	0,01

# Модель 5. Относительное движение волка в погоне за зайцем

## Построение графиков



# Модель 6. Траектория движения конца минутной стрелки

Средствами электронных таблиц реализовать компьютерную модель движения конца минутной стрелки.

## Задача

Минутная стрелка имеет длину 2 см. Какой путь  $s$  проходит конец минутной стрелки за время  $t$ ? Каково его перемещение  $r$  за это же время? Построить графики функций  $s(t)$  и  $r(t)$ .



# Модель 6. Траектория движения конца минутной стрелки

## Параметры модели

$l$  – длина минутной стрелки (см), по условию задачи  $l = 2$  см,

$v$  – линейная скорость конца минутной стрелки (см/мин),

$$v = 2\pi l / 60$$

$\varphi$  – угловая скорость конца минутной стрелки (рад/мин),

$$\varphi = 2\pi / 60$$

$t$  – текущее время движения (с),

$\Delta t$  – шаг по изменению времени (с),

$\alpha(t)$  – угол поворота минутной стрелки в момент времени  $t$  (рад)

$s(t)$  – путь, пройденный концом минутной стрелки в момент времени  $t$  (см)

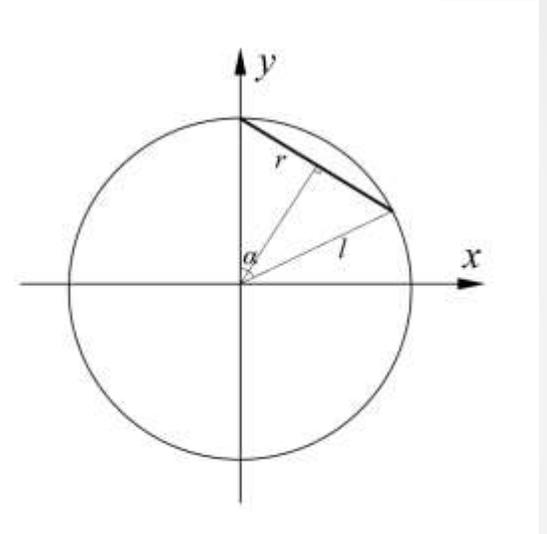
$r(t)$  – перемещение, пройденный концом минутной стрелки в момент времени  $t$  (см)



# Модель 6. Траектория движения конца минутной стрелки

## Изменение параметров

- начальные значения всех параметров равны 0,
- промежуток времени, через которое выполняются вычисления (шаг времени):  $\Delta t = 0,6$  с,
- изменение времени  $t = t + \Delta t$ ,
- угол поворота минутной стрелки через время  $\Delta t$ :
$$\alpha = \alpha + \varphi \cdot \Delta t,$$
- путь конца минутной стрелки через время  $\Delta t$ :
$$s = s + v \cdot \Delta t,$$
- перемещение конца минутной стрелки через время  $\Delta t$ :
$$r = | 2l \cdot \text{Sin} (\alpha/2) |.$$



# Модель 6. Траектория движения конца минутной стрелки

## Решение задачи с помощью электронной таблицы EXCEL

Построим вспомогательную таблицу с исходными данными задачи, начальная точка  $t_0 = 0$ , шаг построения  $dt = 0,6$ :

Длина	Скорость линейная	Скорость угловая	Шаг по времени	Начальное состояние стрелки			
$l$ (см)	$v$ (см/мин)	$\varphi$ (рад/мин)	$\Delta t$ (мин)	$t_0$ (мин)	$\alpha_0$ (рад)	$s_0$ (см)	$r_0$ (см)
2	0,20943951	0,104719755	0,6	0	0	0	0

Строим основную итерационную таблицу модели с вычислением координат частицы на интервале времени от 0 до 20 с.

$N$	$t$ (с)	$\alpha$ (см)	$s$ (см)	$r$ (см)
0	0	0	0	0
1	0,6	0,062832	0,125664	0,125643
2	1,2	0,125664	0,251327	0,251162
3	1,8	0,188496	0,376991	0,376433
4	2,4	0,251327	0,502655	0,501333
5	3	0,314159	0,628319	0,625738

$N$	$t$ (с)	$\alpha$ (см)	$s$ (см)	$r$ (см)
0	=F5	=G5	=H5	=I5
=E9+1	=F9+\$E\$5	=G9+\$D\$5*\$E\$5	=H9+\$C\$5*\$E\$5	=ABS(2*\$B\$5*SIN(G10/2))
=E10+1	=F10+\$E\$5	=G10+\$D\$5*\$E\$5	=H10+\$C\$5*\$E\$5	=ABS(2*\$B\$5*SIN(G11/2))
=E11+1	=F11+\$E\$5	=G11+\$D\$5*\$E\$5	=H11+\$C\$5*\$E\$5	=ABS(2*\$B\$5*SIN(G12/2))
=E12+1	=F12+\$E\$5	=G12+\$D\$5*\$E\$5	=H12+\$C\$5*\$E\$5	=ABS(2*\$B\$5*SIN(G13/2))
=E13+1	=F13+\$E\$5	=G13+\$D\$5*\$E\$5	=H13+\$C\$5*\$E\$5	=ABS(2*\$B\$5*SIN(G14/2))

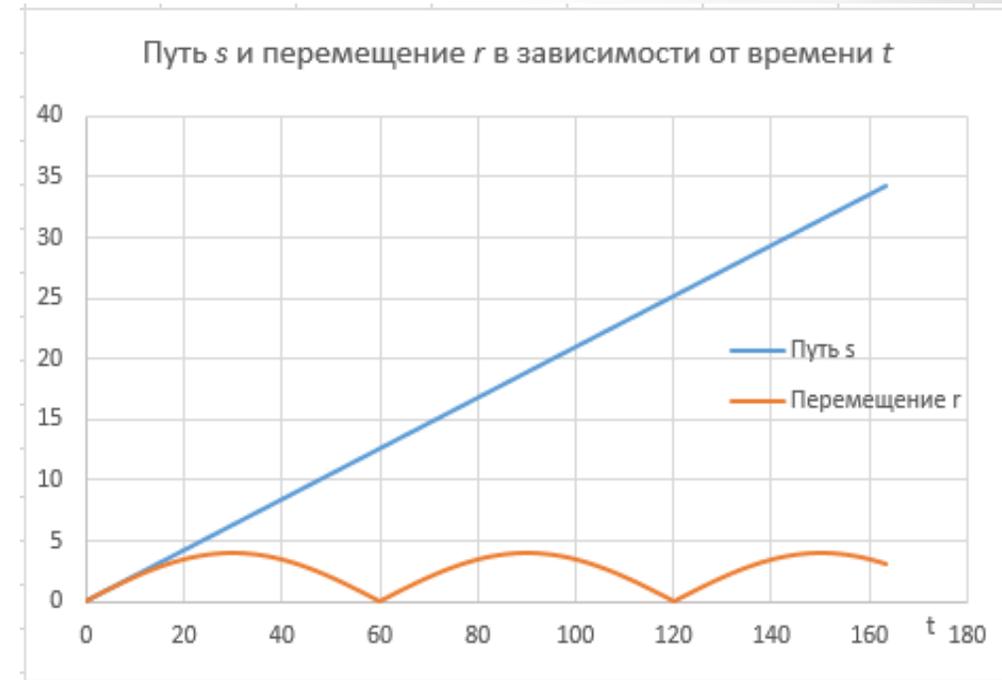
# Модель 6. Траектория движения конца минутной стрелки

## Полученные результаты

Строим график зависимости пути  $s$  и перемещения  $r$  конца минутной стрелки в зависимости от времени  $t$ .

## Исследование модели

- Проведите исследование построенной модели, изменяя исходные данные и наблюдая за тем, как при этом изменяется расчётная таблица и построенные графики.
- Попробуйте самостоятельно построить график зависимости перемещения  $r$  от пройденного пути  $s$ .

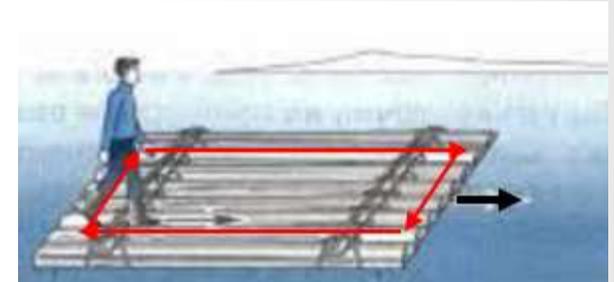


# Модель 7. Движение человека по периметру плота

Средствами электронных таблиц реализовать компьютерную модель движения человека по периметру плота.

## Задача

По реке со скоростью течения плывёт прямоугольный плот, длина плота 10 метров, ширина 4 метра. По краю плота ходит человек, обходя плот по часовой стрелке. Нарисовать траектории движения человека относительно плота и относительно берега.



Рассмотреть три случая:

1. скорость течения реки равна скорости движения человека на плоту,
2. скорость течения реки больше скорости движения человека на плоту,
3. скорость течения реки меньше скорости движения человека на плоту.

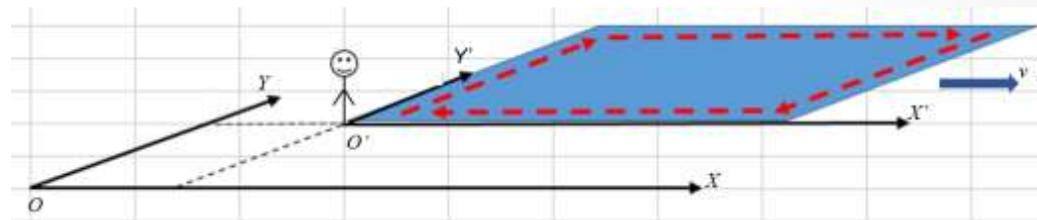
# Модель 7. Движение человека по периметру плота

## Оси координат

Зададим системы координат:

- $XOY$  — неподвижная система отсчёта, связанная с берегом,
- $X'O'Y'$  — подвижная система отсчёта, связанная с плотом.

Для простоты рассуждения будем предполагать, что оси  $OX$  и  $O'X'$  параллельны, оси  $OY$  и  $O'Y'$  параллельны.



## Классический закон сложения скоростей

Скорость человека  $v_3$  относительно берега (неподвижной системы отсчёта) равна векторной сумме его скорости  $v_1$  относительно плота (подвижной системы отсчёта) и скорости плота  $v_2$  относительно берега:

$$v_3 = v_1 + v_2.$$

# Модель 7. Движение человека по периметру плота

## Изменение параметров

- длина плота  $l = 10$  м, ширина плота  $s = 4$  м
- промежуток времени, через которое выполняются вычисления (шаг времени):  $\Delta t = 0,5$  с
- начальные значения времени  $t = 0$ , изменение времени  $t = t + \Delta t$
- для человека изменение координаты  $x$  относительно плота:  
$$x1 = x1 \pm \Delta x = x1 \pm v_{\text{ч}} \cdot \Delta t,$$
- для человека изменение координаты  $y$  относительно плота:  
$$y1 = y1 \pm \Delta y = y1 \pm v_{\text{ч}} \cdot \Delta t,$$
- для плота изменение координаты  $x$  относительно берега:  
$$x2 = x2 + \Delta x = x2 + v_{\text{п}} \cdot \Delta t,$$
- для плота координата  $y$  относительно берега не изменяется:  
$$y2 = y2,$$
- для человека изменение координаты  $x$  относительно берега:  
$$x3 = x1 + x2,$$
- для человека изменение координаты  $y$  относительно берега:  
$$y3 = y1 + y2.$$

# Модель 7. Движение человека по периметру плота

По условию задачи человек должен поворачивать в каждой угловой точке вправо на 90 градусов. С учётом поворотов в угловых точках плота, координаты человека относительно подвижной системы координат должны изменяться по следующим правилам:

Углы	если_x	если_y	x	y
1	$x=0$	$0 \leq y < 4$	$x=0$	$y+dy$
2	$0 \leq x < 10$	$y=4$	$x+dx$	$y=4$
3	$x=10$	$0 < y \leq 4$	$x=10$	$y-dy$
4	$0 < x \leq 10$	$y=0$	$x-dx$	$y=0$

- Формула пересчёта для x1:

$$=ЕСЛИ(И($D9=0;0 \leq $E9;$E9 < 4);0;ЕСЛИ(И(0 \leq $D9;$D9 < 10;$E9=4);D9+$B$6*$F$6;ЕСЛИ(И($D9=10;0 < $E9;$E9 \leq 4);10;ЕСЛИ(И(0 < $D9;$D9 \leq 10;$E9=0);D9-$B$6*$F$6))))$$

- Формула пересчёта для y1:

$$=ЕСЛИ(И($D9=0;0 \leq $E9;$E9 < 4);E9+$B$6*$F$6;ЕСЛИ(И(0 \leq $D9;$D9 < 10;$E9=4);4;ЕСЛИ(И($D9=10;0 < $E9;$E9 \leq 4);E9-$B$6*$F$6;ЕСЛИ(И(0 < $D9;$D9 \leq 10;$E9=0);0))))$$

# Модель 7. Движение человека по периметру плота

## Решение задачи с помощью электронной таблицы EXCEL

Построим вспомогательную таблицу с исходными данными задачи, начальная точка  $t_0 = 0$ , шаг построения  $dt = 0,6$ :

				$v_{ч}(км/ч)$			$v_{р}(км/ч)$		
				3,6			2,52		
$\Delta t$	$t_0$	$x1_0$	$y1_0$	$v_{ч}(м/с)$	$x2_0$	$y2_0$	$v_{р}(м/с)$	длина плота (м)	ширина плота (м)
0,5	0	0	0	1	5	20	0,7	10	4

Строим основную итерационную таблицу модели с вычислением координат частицы на интервале времени от 0 до 20 с.

# Модель 7. Движение человека по периметру плота

Строим основную итерационную таблицу модели с вычислением координат частицы на интервале времени от 0 до 20 с.

$N$	$t(c)$	$x1(m)$	$y1(m)$	$x2(m)$	$y2(m)$	$x3(m)$	$y3(m)$
0	0	0	0	5	20	5	20
1	0,5	0	0,5	5,35	20	5,35	20,5
2	1	0	1	5,7	20	5,7	21
3	1,5	0	1,5	6,05	20	6,05	21,5
4	2	0	2	6,4	20	6,4	22
5	2,5	0	2,5	6,75	20	6,75	22,5
6	3	0	3	7,1	20	7,1	23
7	3,5	0	3,5	7,45	20	7,45	23,5
8	4	0	4	7,8	20	7,8	24
9	4,5	0,5	4	8,15	20	8,65	24
10	5	1	4	8,5	20	9,5	24
11	5,5	1,5	4	8,85	20	10,35	24
12	6	2	4	9,2	20	11,2	24
13	6,5	2,5	4	9,55	20	12,05	24
14	7	3	4	9,9	20	12,9	24
15	7,5	3,5	4	10,25	20	13,75	24

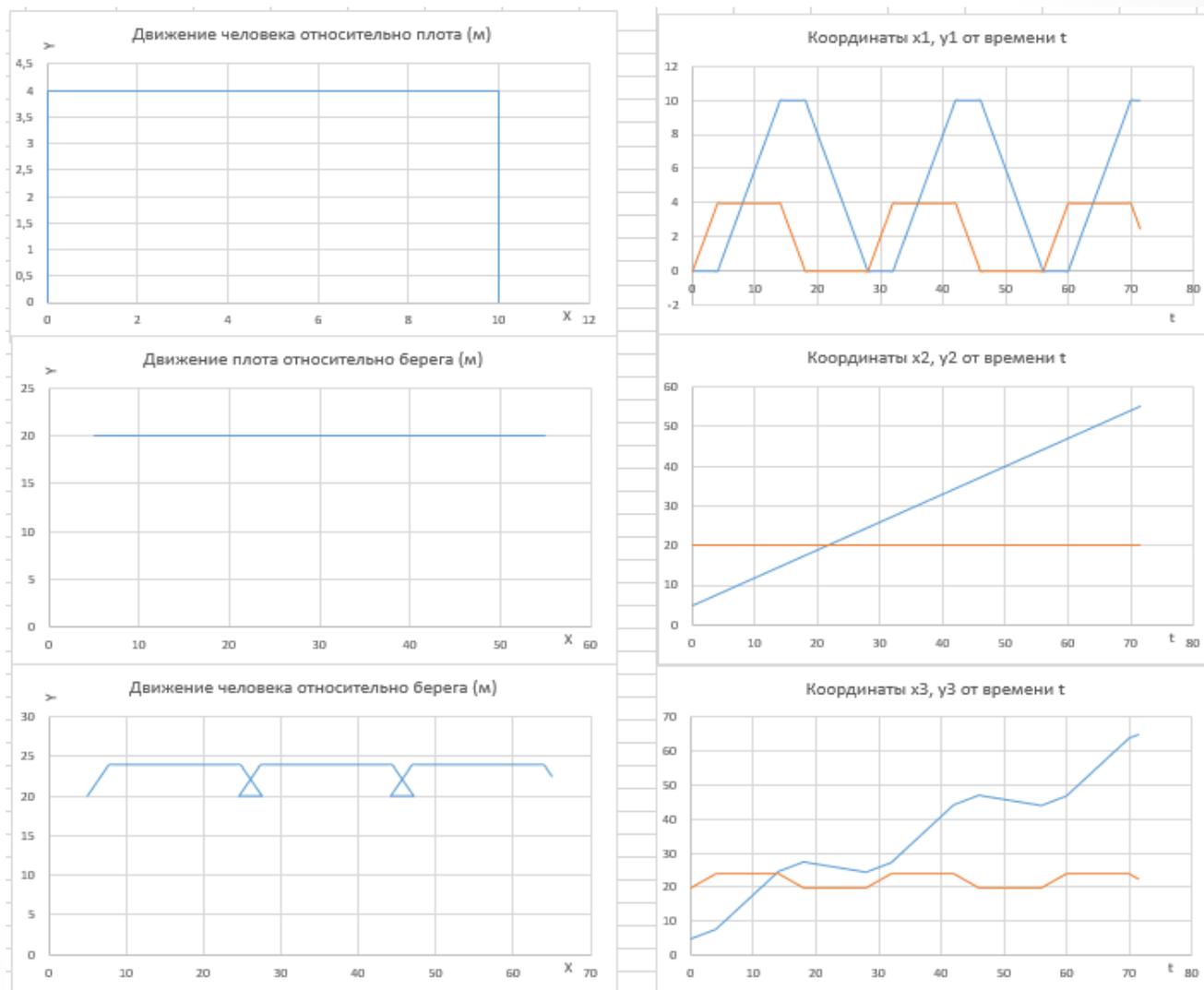
*Итерационная таблица*

$x2(m)$	$y2(m)$	$x3(m)$	$y3(m)$
=G6	=H6	=D9+F9	=E9+G9
=F9+\$B\$6*\$I\$6	=G9	=D10+F10	=E10+G10
=F10+\$B\$6*\$I\$6	=G10	=D11+F11	=E11+G11
=F11+\$B\$6*\$I\$6	=G11	=D12+F12	=E12+G12
=F12+\$B\$6*\$I\$6	=G12	=D13+F13	=E13+G13
=F13+\$B\$6*\$I\$6	=G13	=D14+F14	=E14+G14
=F14+\$B\$6*\$I\$6	=G14	=D15+F15	=E15+G15
=F15+\$B\$6*\$I\$6	=G15	=D16+F16	=E16+G16
=F16+\$B\$6*\$I\$6	=G16	=D17+F17	=E17+G17
=F17+\$B\$6*\$I\$6	=G17	=D18+F18	=E18+G18
=F18+\$B\$6*\$I\$6	=G18	=D19+F19	=E19+G19
=F19+\$B\$6*\$I\$6	=G19	=D20+F20	=E20+G20
=F20+\$B\$6*\$I\$6	=G20	=D21+F21	=E21+G21
=F21+\$B\$6*\$I\$6	=G21	=D22+F22	=E22+G22
=F22+\$B\$6*\$I\$6	=G22	=D23+F23	=E23+G23
=F23+\$B\$6*\$I\$6	=G23	=D24+F24	=E24+G24

*Расчётные формулы*

# Модель 7. Движение человека по периметру плота

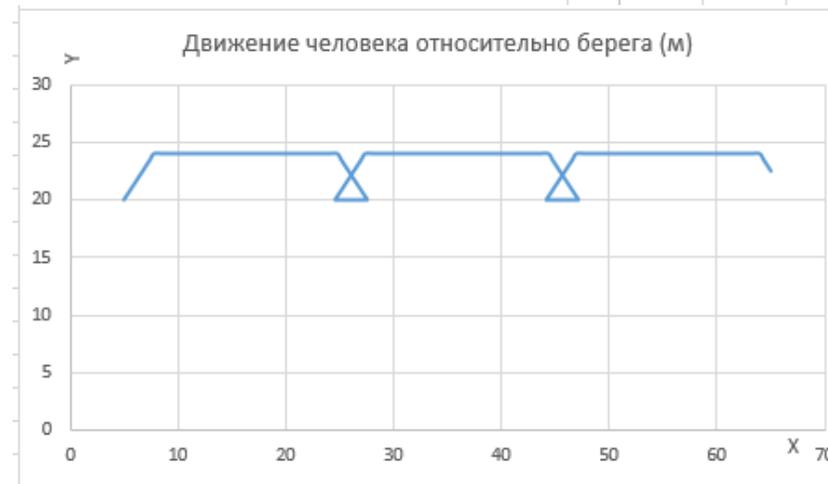
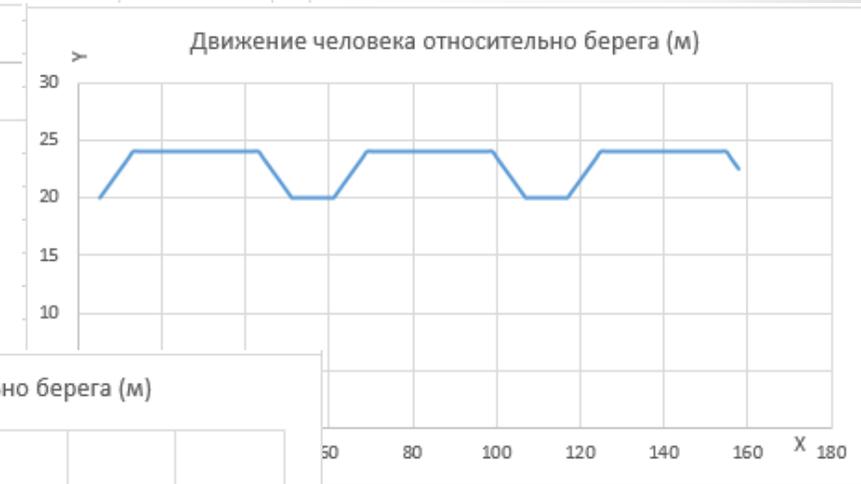
## Примеры графиков



# Модель 7. Движение человека по периметру плота

## Исследование модели

- Скорость течения реки равна скорости движения человека на плоту
- Скорость течения реки больше скорости движения человека на плоту
- Скорость течения реки меньше скорости движения человека на плоту



# Модель 8. Оценки мощности ветроэлектростанции

Богданов К. Ю. Прогулки с физикой. М.: Бюро Квантум, 2006.  
(Библиотечка «Квант». Вып. 98. Приложение к журналу «Квант» № 6/2006).

В этой модели предлагается обсудить вопрос о возможности использования ветряков для получения электроэнергии.

## Задача

Пусть в трёх воображаемых местах на земле распределение значений скорости ветра различны по форме, но имеют одно и то же среднегодовое значение  $6,75$  м/с.

- Необходимо построить табличную модель расчёта удельной мощности ветра.
- **Оценить** среднегодовую удельную мощность ветра в каждом случае.
- Построить график распределения скорости ветра за год.

Для оценки максимальной мощности будущей ветроэлектростанции необходимо знать среднегодовую скорость ветра в данном месте и то, как часто встречается та или иная его величина скорости.

Например, сколько дней в году в этом месте средняя скорость ветра лежит в диапазонах от 0 до  $0,5$  м/с, от  $0,5$  до  $1$  м/с, от  $1$  до  $1,5$  м/с и т.д. до интервала от  $12,5$  до  $13$  м/с. (Будем считать, что в году 364 дня.)

Полученный набор чисел носит название «*распределение*» (или гистограмма) значений скорости ветра за год.

## Модель 8. Оценки мощности ветроэлектростанции

Мощность  $P_0$ , которой обладает ветер, пропорциональна плотности, кубу его скорости и площади поверхности, останавливающей ветер.

$$P_0 = \frac{mv^2}{2} = \frac{(\rho v S)v^2}{2} = \frac{\rho S v^3}{2} .$$

*Плотность воздуха* – масса атмосферного газа Земли в единице объёма. Плотность воздуха зависит от температуры, давления и влажности.

Стандартной величиной плотности воздуха на уровне моря принимается значение 1,225 кг/м<sup>3</sup>, которая соответствует плотности сухого воздуха при температуре +15 °С и давлении 101330 Па.

Вычислим удельную мощность воздуха через единицу площади поверхности:

$$\frac{P_0}{S} = \frac{\rho v^3}{2} .$$

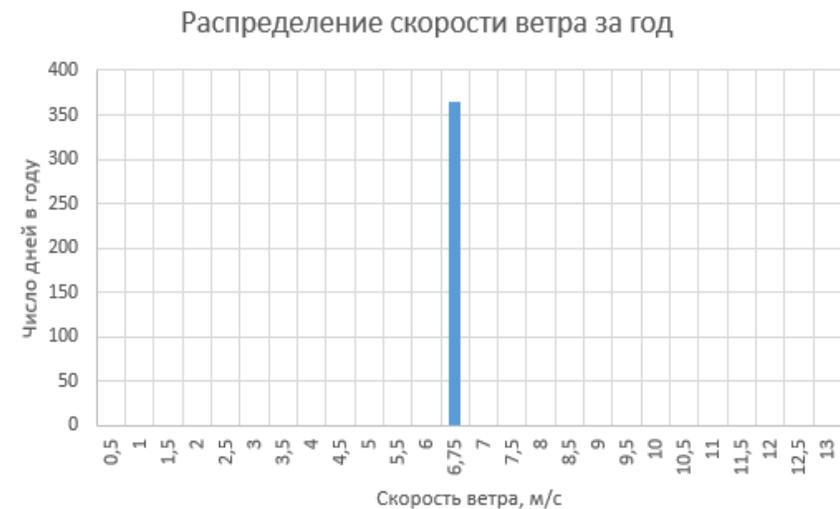
# Модель 8. Оценки мощности ветроэлектростанции

## Случай 1

Пусть *в первом месте* ветер дует с неизменной скоростью 6,75 м/с.

В этом случае среднегодовая удельная мощность ветра будет равна около 188 Вт/м<sup>2</sup>.

$\rho$	$v_0$	$h_v$	$h_{Дни}$
1,225	0	0,5	2
$N$	$v$	Дни	$P_0/S$
1	0,5	0	0
2	1	0	0
3	1,5	0	0
4	2	0	0
5	2,5	0	0
6	3	0	0
7	3,5	0	0
8	4	0	0
9	4,5	0	0
10	5	0	0
11	5,5	0	0
12	6	0	0
13	6,75	364	68567,58
14	7	0	0
15	7,5	0	0
16	8	0	0
17	8,5	0	0
18	9	0	0
19	9,5	0	0
20	10	0	0
21	10,5	0	0
22	11	0	0
23	11,5	0	0
24	12	0	0
25	12,5	0	0
26	13	0	0
	6,75	364	188,3725



# Модель 8. Оценки мощности ветроэлектростанции

## Случай 2

Во втором случае во всех 26 вышеперечисленных интервалах скорость ветра была равное количество дней в году, т.е. по 14 дней (364 дней / 26 интервалов = 14 дней).

В этом случае среднегодовая удельная мощность ветра окажется почти в два раза больше, а именно 363 Вт/м<sup>2</sup>

$\rho$	$v_0$	$h_v$	$h_{Дни}$
1,225	0	0,5	2
$N$	$v$	Дни	$P_0/S$
1	0,5	14	1,071875
2	1	14	8,575
3	1,5	14	28,94063
4	2	14	68,6
5	2,5	14	133,9844
6	3	14	231,525
7	3,5	14	367,6531
8	4	14	548,8
9	4,5	14	781,3969
10	5	14	1071,875
11	5,5	14	1426,666
12	6	14	1852,2
13	6,5	14	2354,909
14	7	14	2941,225
15	7,5	14	3617,578
16	8	14	4390,4
17	8,5	14	5266,122
18	9	14	6251,175
19	9,5	14	7351,991
20	10	14	8575
21	10,5	14	9926,634
22	11	14	11413,33
23	11,5	14	13041,5
24	12	14	14817,6
25	12,5	14	16748,05
26	13	14	18839,28
	6,75	364	362,7914



# Модель 8. Оценки мощности ветроэлектростанции

## Случай 3

В третьем месте чаще всего скорость ветра была между 6 и 7 м/с (52 дня), а безветренные дни (меньше 0,5 м/с) и очень ветреные (больше 12,5 м/с), были всего 4 дня в году.

В этом случае среднегодовая удельная мощность ветра составляет около 282 Вт/м<sup>2</sup>.

$\rho$	$v_0$	$h_v$	$h_{Дни}$
1,225	0	0,5	2
$N$	$v$	Дни	$P_0/S$
1	0,5	2	0,153125
2	1	4	2,45
3	1,5	6	12,40313
4	2	8	39,2
5	2,5	10	95,70313
6	3	12	198,45
7	3,5	14	367,6531
8	4	16	627,2
9	4,5	18	1004,653
10	5	20	1531,25
11	5,5	22	2241,903
12	6	24	3175,2
13	6,5	26	4373,403
14	7	26	5462,275
15	7,5	24	6201,563
16	8	22	6899,2
17	8,5	20	7523,031
18	9	18	8037,225
19	9,5	16	8402,275
20	10	14	8575
21	10,5	12	8508,544
22	11	10	8152,375
23	11,5	8	7452,288
24	12	6	6350,4
25	12,5	4	4785,156
26	13	2	2691,325
	6,75	364	282,1711



# Модель 8. Оценки мощности ветроэлектростанции

## Вывод

Таким образом, несмотря на то, что среднегодовая скорость ветра была одинакова во всех трёх случаях, его *среднегодовая удельная мощность* сильно отличается. Она выше там, где относительно больше дней с более высокими скоростями.

Вызвано это тем, что мощность ветра пропорциональна третьей степени его скорости.

# Модель 9. Сколько энергии можно отнять у ветра?

Продолжение обсуждения вопроса о возможности использования ветряков для получения электроэнергии

## Задача

Попробуем оценить, какое количество энергии можно отнять у ветра, используя для этого ветрогенератор.

В модели выше мы нашли, что мощность  $P_0$ , которой обладает ветер, пропорциональна плотности, кубу его скорости и площади поверхности, останавливающей ветер.

## Модель 9. Сколько энергии можно отнять у ветра?

Рассмотрим работу ветрогенератора. По закону сохранения энергии скорость ветра за вращающимися лопастями ветрогенератора всегда будет меньше, чем перед ними. Пусть цилиндрический поток воздуха движется на ветряк со скоростью  $v_1$ , тогда после ветряка он будет двигаться с меньшей скоростью  $v_2$ .

Допустим, что через лопасти ветряка воздух движется со средней скоростью, равной полусумме скоростей  $v_1$  до и  $v_2$  после ветряка, т.е.  $(v_1 + v_2) / 2$ . Тогда за единицу времени через ветряк с поперечной площадью  $S$  проходит масса воздуха, равная

$$m = \rho S \frac{v_1 + v_2}{2} .$$

При этом мощность, отбираемая ветряком у ветра, равна

$$P = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = m \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} = \frac{\rho S}{4} (v_1^2 - v_2^2)(v_1 + v_2) ,$$

а отношение этой мощности к мощности ветра составляет

$$\frac{P}{P_0} = \frac{1}{2} \left( 1 - \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^2 \right) \left( 1 + \frac{v_2}{v_1} \right) .$$

# Модель 9. Сколько энергии можно отнять у ветра?

Решение задачи с помощью электронной таблицы EXCEL

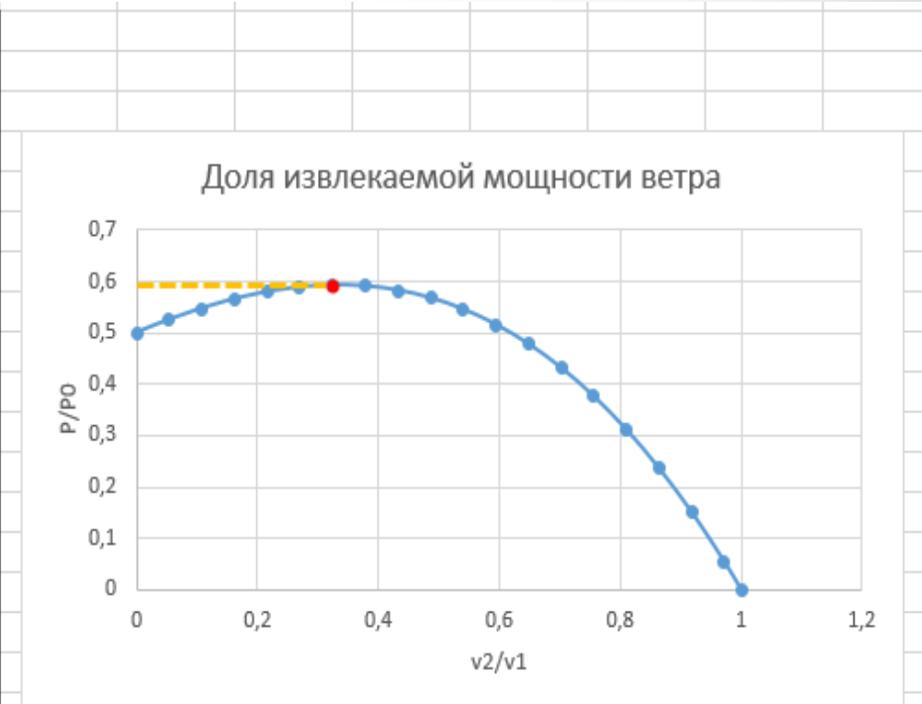
- Величину  $v_2/v_1$  рассчитываем с шагом  $h = 0,054$ .
- Вычисляем величину  $P/P_0$ .

Строим график зависимости доли извлекаемой мощности ветра от отношения скоростей воздуха после и до ветряка.

Как видно, максимальная эффективность ветрогенератора равна около 0,59 (или 59%) и это соответствует случаю, когда скорость ветра за ветряком уменьшается приблизительно в три раза:

$$v_2 = \frac{1}{3} v_1$$

N	$v_2/v_1$	$P/P_0$
1	0	0,5
2	0,054	0,525463
3	0,108	0,547538
4	0,162	0,565752
5	0,216	0,579633
6	0,27	0,588709
7	0,324	0,592506
8	0,378	0,590553
9	0,432	0,582377
10	0,486	0,567506
11	0,54	0,545468
12	0,594	0,51579
13	0,648	0,477999
14	0,702	0,431624
15	0,756	0,376191
16	0,81	0,31123
17	0,864	0,236266
18	0,918	0,150828
19	0,972	0,054443
20	1	0
макс	0,324	0,592506



# Модель 10. Траектория движения точки пересечения стержней

Всероссийской олимпиады учителей физики «Лига лучших»  
ВДНХ, площадка Российского общества «Знание», 23 июня 2024 г.

## Задача

Два бесконечно длинных стержня вращаются против часовой стрелки с угловой скоростью  $\varphi$  и  $2\varphi$  соответственно. Расстояние между центрами вращения равно  $d$ . Построить траекторию движения точки пересечения стержней.

$$x = d \cos(2\alpha) + d$$

$$y = d \sin(2\alpha)$$

$$\alpha \neq \pi k$$



# Модель 10. Траектория движения точки пересечения стержней

Решение задачи с помощью электронной таблицы EXCEL

Построим таблицу с исходными данными задачи:

d	$\varphi$
10	0,1

Строим основную итерационную таблицу модели с вычислением координат частицы на интервале времени от 0 до 20 с.

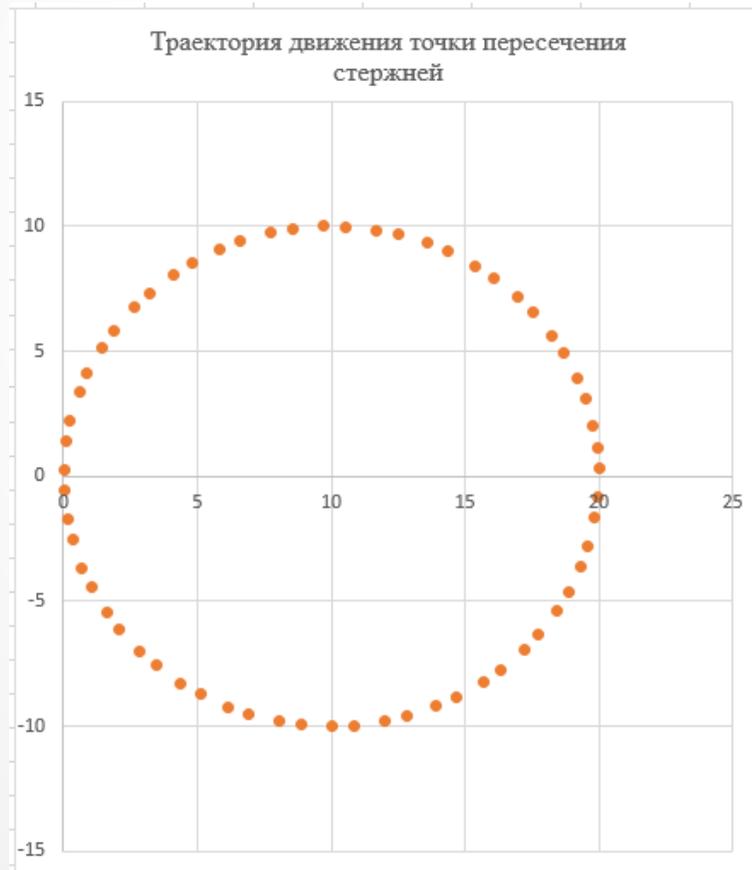
N	$\alpha$	x	y
0	0,1	19,80067	1,986693
1	0,2	19,21061	3,894183
2	0,3	18,25336	5,646425
3	0,4	16,96707	7,173561
4	0,5	15,40302	8,41471
5	0,6	13,62358	9,320391
6	0,7	11,69967	9,854497
7	0,8	9,708005	9,995736

N	$\alpha$	x	y
0	=F5	= $\$E\$5*\text{COS}(2*D8)+\$E\$5$	= $\$E\$5*\text{SIN}(2*D8)$
=C8+1	=D8+\$F\$5	= $\$E\$5*\text{COS}(2*D9)+\$E\$5$	= $\$E\$5*\text{SIN}(2*D9)$
=C9+1	=D9+\$F\$5	= $\$E\$5*\text{COS}(2*D10)+\$E\$5$	= $\$E\$5*\text{SIN}(2*D10)$
=C10+1	=D10+\$F\$5	= $\$E\$5*\text{COS}(2*D11)+\$E\$5$	= $\$E\$5*\text{SIN}(2*D11)$
=C11+1	=D11+\$F\$5	= $\$E\$5*\text{COS}(2*D12)+\$E\$5$	= $\$E\$5*\text{SIN}(2*D12)$
=C12+1	=D12+\$F\$5	= $\$E\$5*\text{COS}(2*D13)+\$E\$5$	= $\$E\$5*\text{SIN}(2*D13)$
=C13+1	=D13+\$F\$5	= $\$E\$5*\text{COS}(2*D14)+\$E\$5$	= $\$E\$5*\text{SIN}(2*D14)$
=C14+1	=D14+\$F\$5	= $\$E\$5*\text{COS}(2*D15)+\$E\$5$	= $\$E\$5*\text{SIN}(2*D15)$

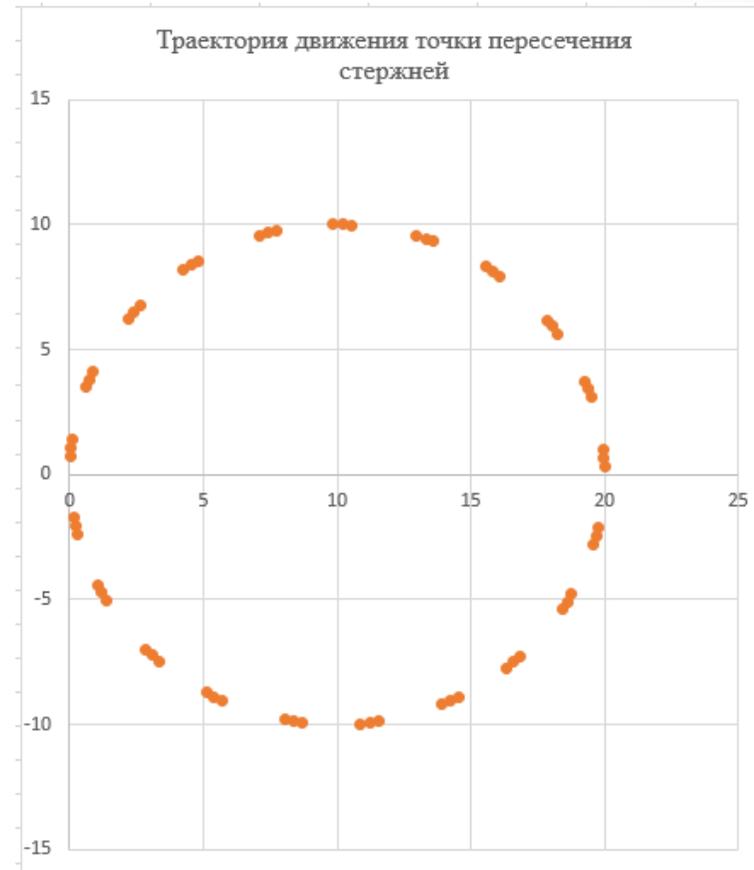
# Модель 10. Траектория движения точки пересечения стержней

## Примеры графиков

d	$\varphi$
10	0,1



d	$\varphi$
10	0,3



# Справочная информация

## Электронные таблицы

Электронные таблицы – инструмент для автоматизации вычислений и построения математических моделей.

В табличной форме удобно выполнять решение целого ряда математических и физических задач с помощью численных методов.

Использование математических формул в электронных таблицах позволяет представить взаимосвязь между различными параметрами некоторой реальной системы.

Решения многих вычислительных задач, которые раньше можно было осуществить только с помощью программирования, стало возможно реализовать через математическое моделирование в электронной таблице.

# Справочная информация

## Применение электронных таблиц

Электронные таблицы можно применять для автоматизации вычислений и математического моделирования, в частности:

- Проведение однотипных расчётов с данными.
- Автоматизация итоговых вычислений.
- Решение задач путём подбора значений параметров.
- Табулирование формул.
- Обработка результатов экспериментов.
- Поиск оптимальных решений.
- Подготовка табличных документов.
- Построение диаграмм и графиков по имеющимся данным.

# Справочная информация

## Построение моделей в табличном виде

При построении моделей в табличном виде целесообразно строить две таблицы: таблицу с исходными данными и расчётную таблицу.

*Таблица с исходными данными* заполняется пользователем и не содержит формул. Параметры модели можно изменить в любой момент.

*Расчётная таблица* наоборот, полностью заполнена формулами, исходные данные для расчёта берутся из первой таблицы. Расчётная таблица чаще всего является итерационной, то есть состоит из повторений какого-либо действия.

Fx_1	Fx_2	Fx_3	v_0	x_0	t_0	dt
10t	10	-50	0	0	0	0,1
t	Fx	a_x(t)	v_x(t)	x(t)		
0	0	0	0	0		
0,1	1	2	0,2	0,02		
0,2	2	4	0,6	0,08		
0,3	3	6	1,2	0,2		
0,4	4	8	2	0,4		
0,5	5	10	3	0,7		
0,6	6	12	4,2	1,12		
0,7	7	14	5,6	1,68		
0,8	8	16	7,2	2,4		
0,9	9	18	9	3,3		
1	10	20	11	4,4		

Таблица с исходными данными

Расчётная таблица

# Справочная информация

## Работа с формулами и объектами

- Набор формулы начинается со знака «=».
- Арифметические операции:
  - + сложение, – вычитание, \* умножение, / деление, ^ возведение в степень.
- Основные функции:
  - ПИ() – число  $\pi$ ;
  - СЛЧИС() – генератор случайных чисел в диапазоне [0; 1);
  - ABS(x) – модуль числа x;
  - SIN( $\alpha$ ) – синус угла  $\alpha$ ;
  - COS( $\alpha$ ) – косинус угла  $\alpha$ ;
  - МИН(G7:G15) – минимум из диапазона значений;
  - МАКС (G7:G15) – максимум из диапазона значений;
  - СУММ(G7:G13) – сумма всех элементов диапазона.

# Справочная информация

## Работа с формулами и объектами

- При построении формулы использовать *относительную* (например, F8) и *абсолютную* (например, \$F\$8) адресацию ячеек.  
При копировании или перемещении формулы абсолютная часть ссылки остается неизменной, а относительная меняется в зависимости от месторасположения.  
Быстрый способ сделать абсолютную ссылку — выделить относительную ссылку и нажать один раз клавишу «F4».
- Значения и формулы в ячейках можно: *копировать, вырезать, вставлять, удалять*.
- Формулы кроме этого можно *растягивать* за правый нижний угол ячейки.
- Ячейки можно форматировать: изменять размер, цвет, рамку.
- Текст в ячейке можно форматировать: изменять шрифт, стиль, размер, цвет.
- В электронные таблицы можно вставлять объекты: рисунки, фигуры, диаграммы различных видов.